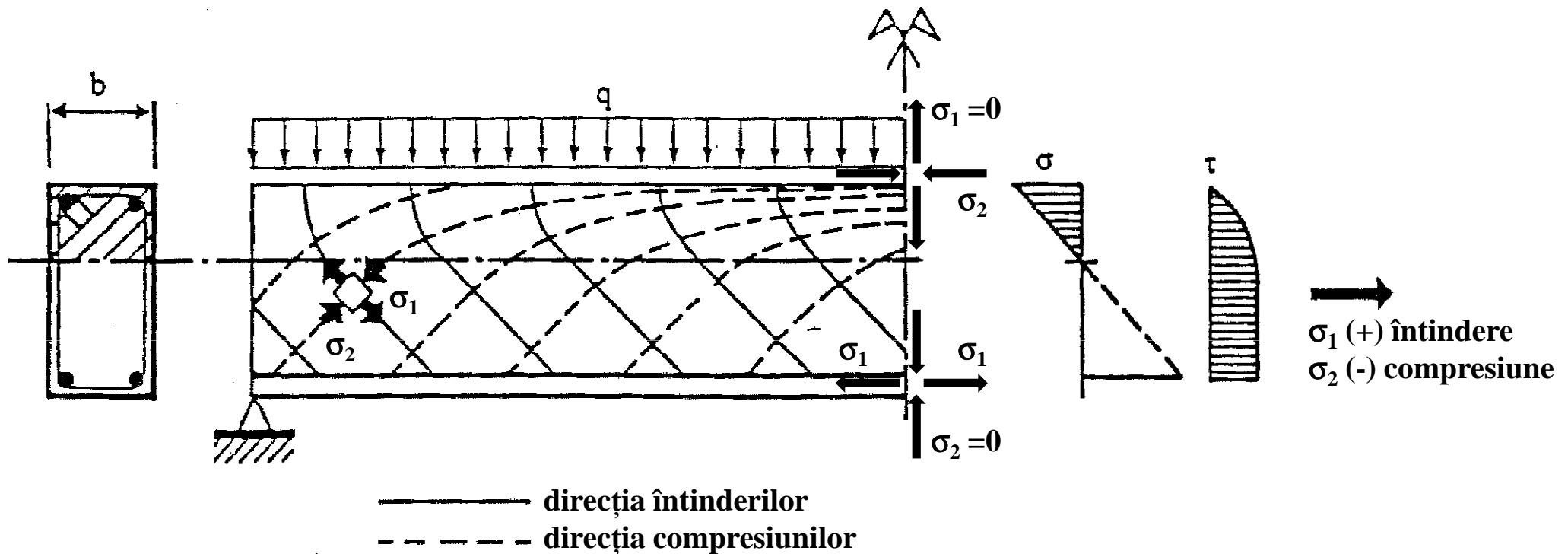
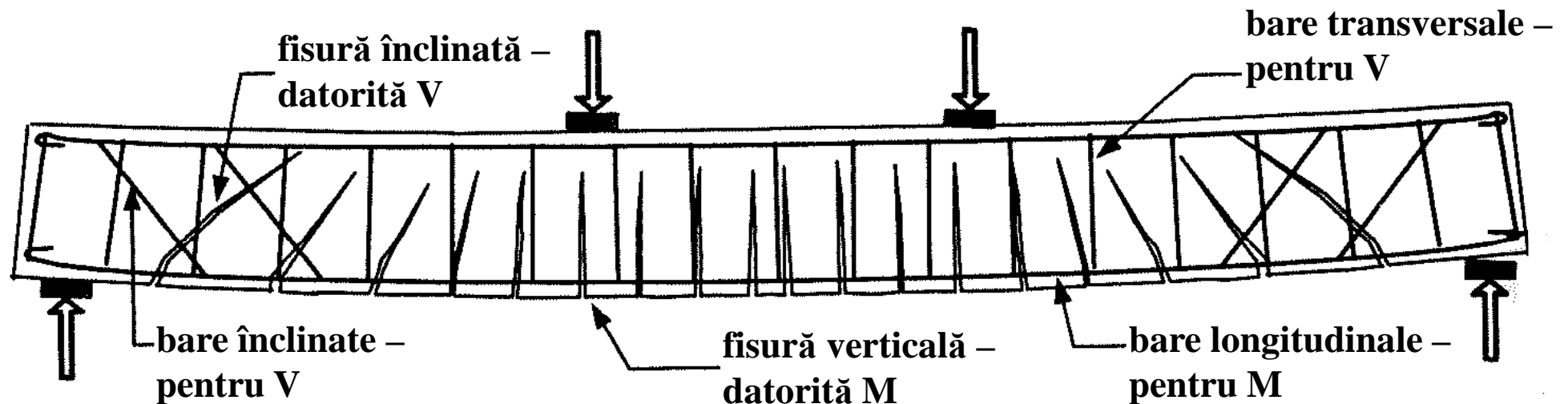


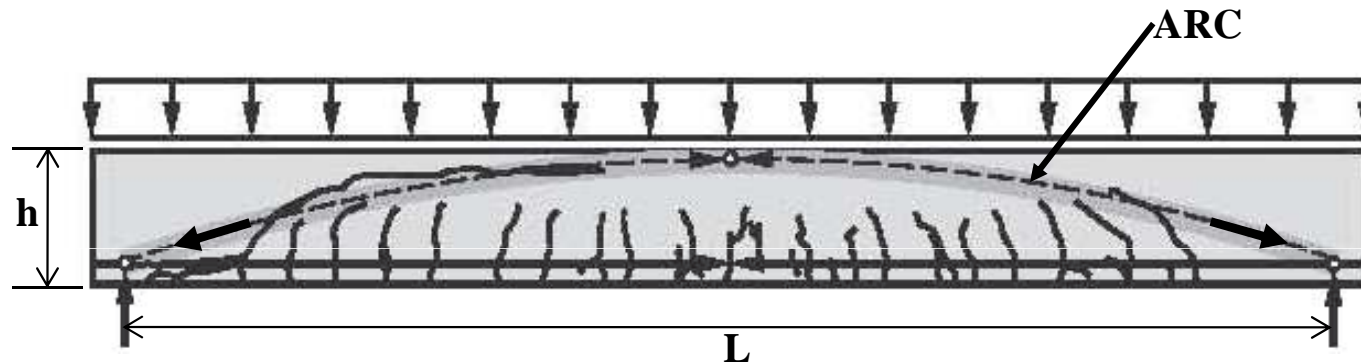
- Orice stare convențională de tensiuni  $\{ M \rightarrow \sigma + V \rightarrow \tau \} \Leftrightarrow$  stare reală de tensiuni  $\{ \sigma_1$  (întindere) +  $\sigma_2$  (compresiune) }.
- Tensiunile principale  $\sigma_1$  ,  $\sigma_2$  sunt orientate pe direcțiile principale:



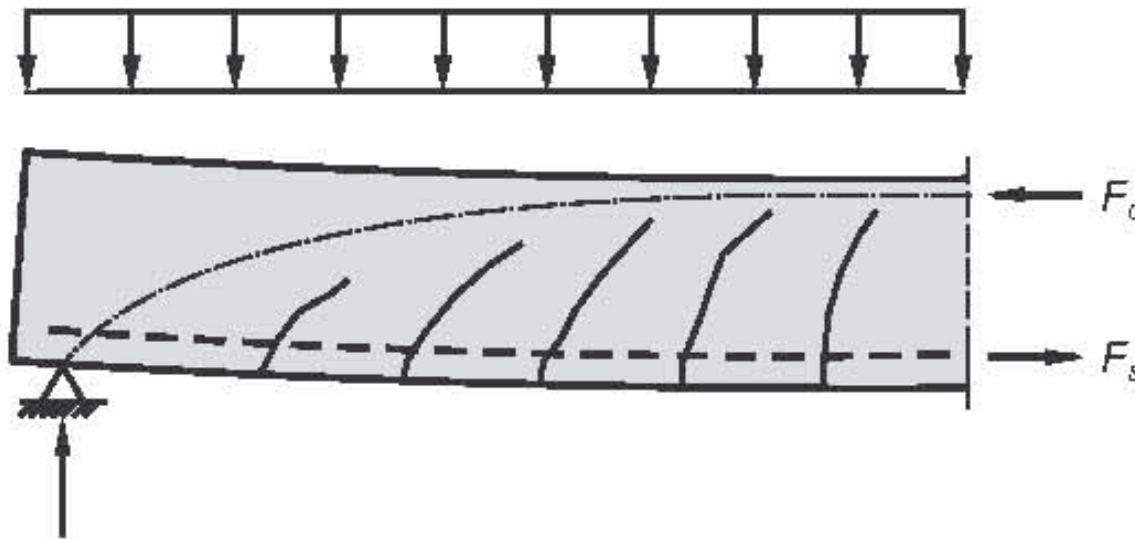
- Armături necesare pentru preluarea întinderilor din tensiunile principale  $\sigma_1$  :
  - armătură longitudinală – barele drepte, pentru M
  - armătură longitudinală – barele înclinate, pentru M și V
  - armătură transversală – etrieri, pentru V



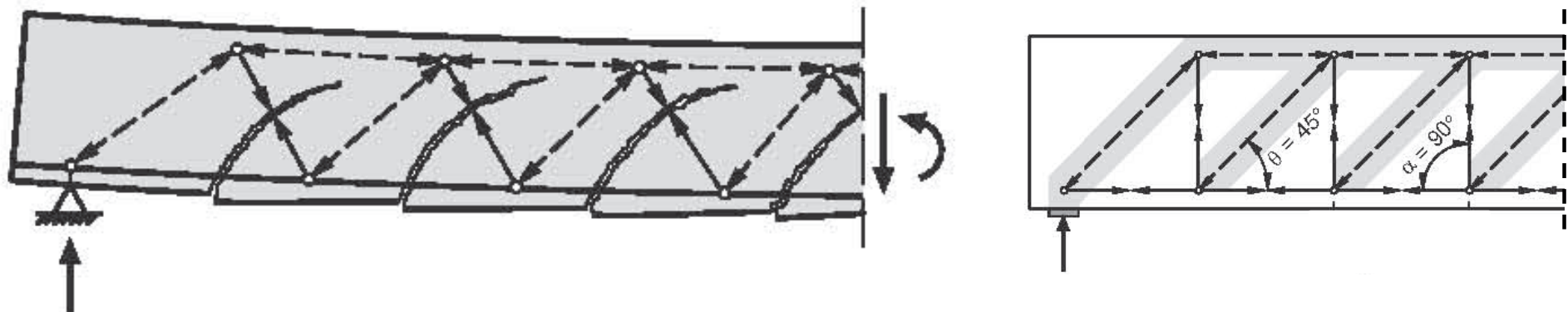
- Mecanism de grindă – efect de boltă comprimată ( $L / h > 5$ ):



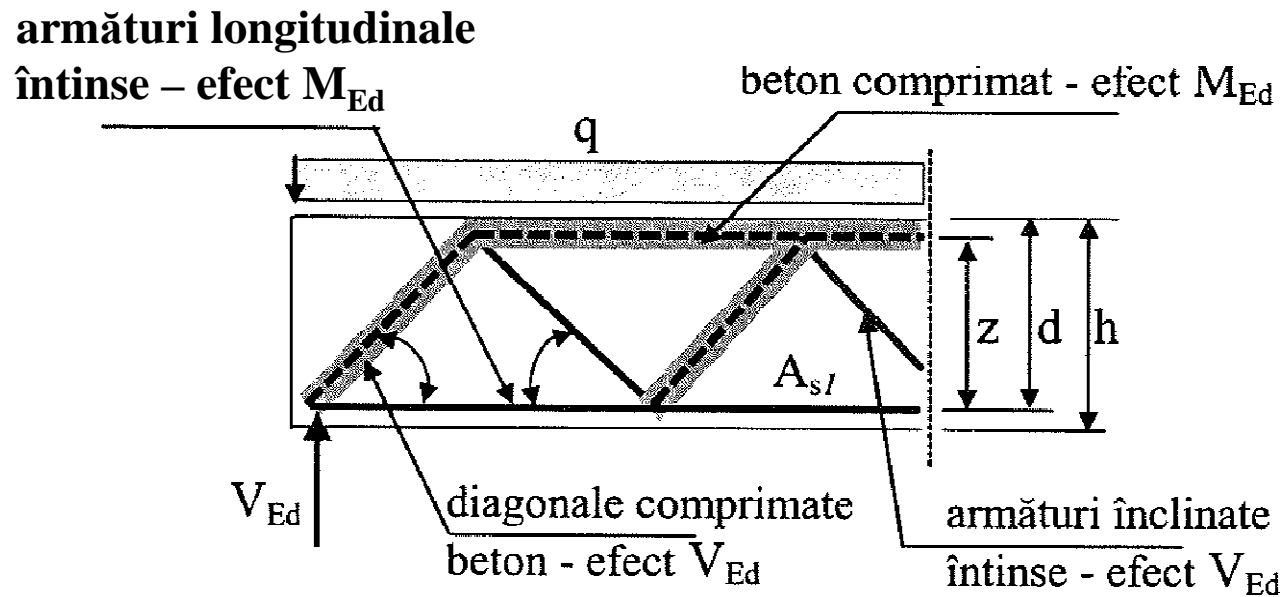
- Încărcarea este transmisă la reazeme prin forță tăietoare.



- Cedarea la forțe tăietoare:
  - curgerea armăturii urmată de zdrobirea betonului comprimat: (TĂIERE – ÎNTINDERE)
  - zdrobirea betonului comprimat: (TĂIERE – COMPRESIUNE)
  - smulgerea armăturii datorită pierderii aderenței, consecință a alcătuirii defectuoase
- Model de calcul: MODELUL GRINZII CU ZĂBRELE (Mörsch)



- Calculul se bazează pe MODELUL GRINZII CU ZĂBRELE:

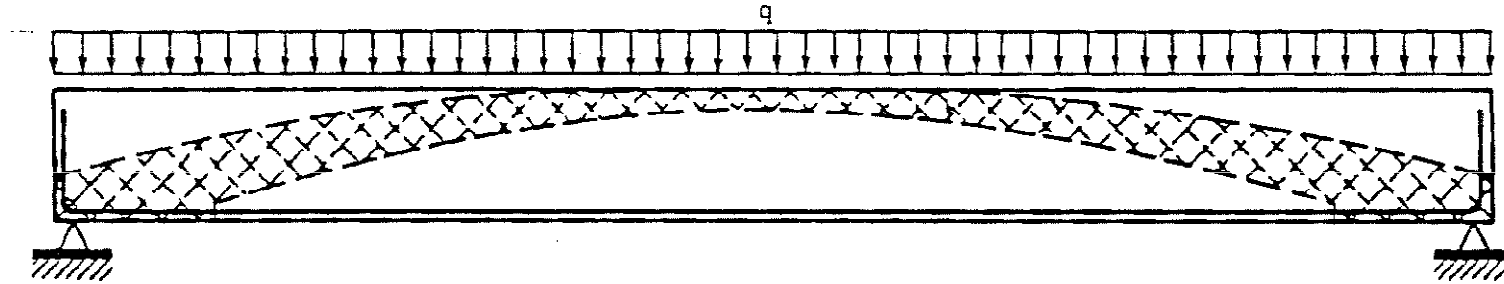


- Valori de calcul la forță tăietoare:

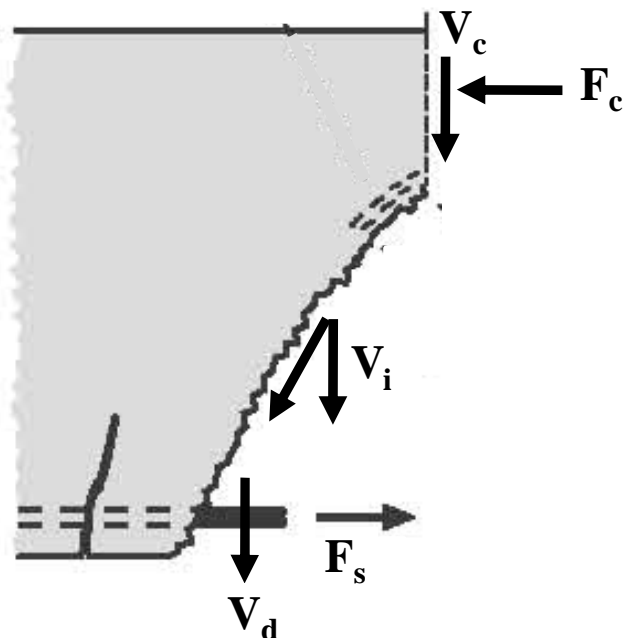
- $V_{Rd,c}$  = forța tăietoare capabilă, valoare de calcul, a elementului fără armătură
- $V_{Rd,s}$  = forța tăietoare capabilă, valoare de calcul, a armăturilor transversale (etrieri, armături înclinate) atinsă prin curgere
- $V_{Rd,max}$  = forța tăietoare capabilă maximă, valoare de calcul, coresp. zdrobirii betonului comprimat din diagonale

- Verificările la forță tăietoare constau în:
  - verificarea armăturii pentru forță tăietoare,  $V_{Rd,s}$  ;
    - dacă  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \Rightarrow$  nu este necesară armătură pentru preluarea forței tăietoare.
    - dacă  $V_{Ed} > V_{Rd,c} \Rightarrow$  calcul armăturii necesare pentru preluarea forței tăietoare.
  - verificarea diagonalelor din beton comprimat, pentru a evita zdrobirea betonului la compresiune:  $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$  .

- Valoarea tensiunii  $\tau \leftarrow V$  este redusă, ex. plăcile.
- Comportarea este similară cu: arc (beton) + tirant (arm.).



- Calculul la  $V$  nu este necesar dacă:  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ .



- Concret:  $V_{Rd,c} = V_c + V_i + V_d$ .

$V_c =$  capacitate portantă datorită  
betonului comprimat

$V_i =$  componenta verticală datorită  
blocajului pe suprafața rugoasă a  
fisurii înguste

$V_d =$  forța transmisă prin efectul de  
dorn

- Valoarea de calcul a capacității portante  $V_{Rd,c}$  este dată de [EC2]:

$$V_{Rd,c} = \left( C_{Rd,c} \cdot k \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d \quad (1)$$

cu o valoare minimă de:

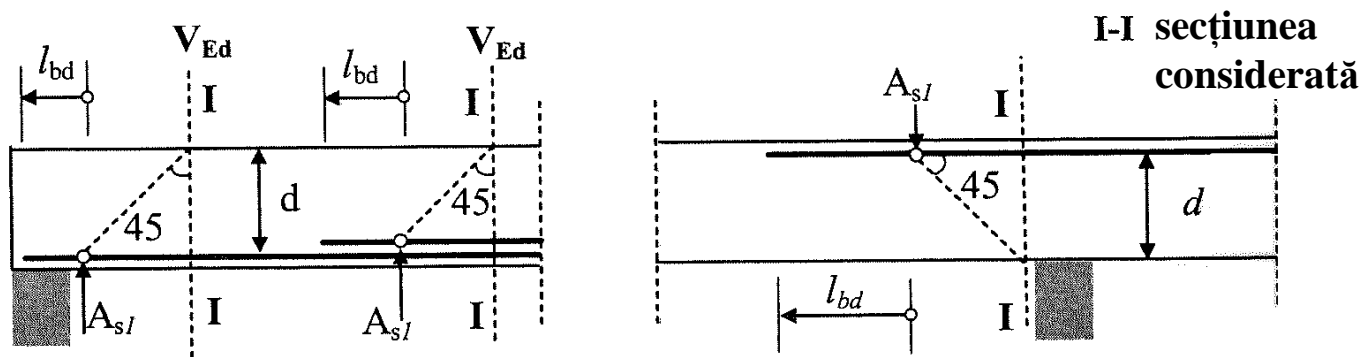
$$V_{Rd,c} = \left( v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d$$

unde:  $f_{ck}$  în [MPa]

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \quad \text{cu } d \text{ în [mm]}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0.02$$

$A_{sl}$  = aria armăturii longitudinale întinse, care se extinde cu  $\geq (l_{bd} + d)$  dincolo de secțiunea considerată:





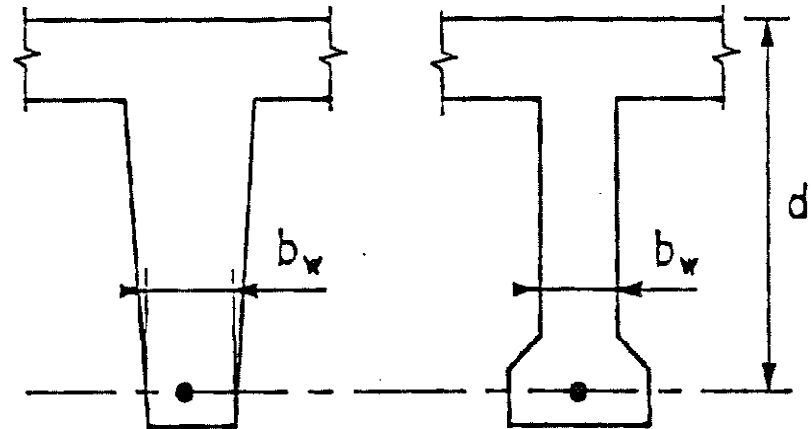
unde:  $b_w$  = lățimea minimă a S.T. în zona întinsă [mm]  
 $\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0.2 \cdot f_{cd}$  [MPa]  
 $N_{Ed}$  = forța axială din S.T. din încărcări sau precomprimare [N] ( $N_{Ed} > 0$  pentru compresiune)  
 $A_c$  = aria S.T. din beton [mm<sup>2</sup>]  
 $V_{Rd,c}$  în [N]

Valorile recomandate sunt:

$$C_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c$$

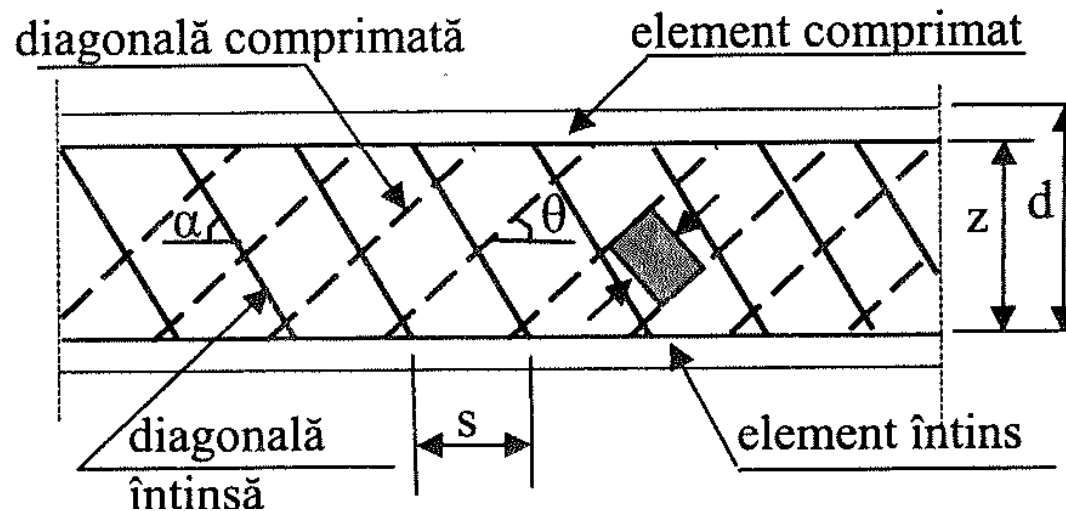
$$V_{min} = 0.035 \cdot \sqrt{k^3 \cdot f_{ck}}$$

$$k_1 = 0.15$$

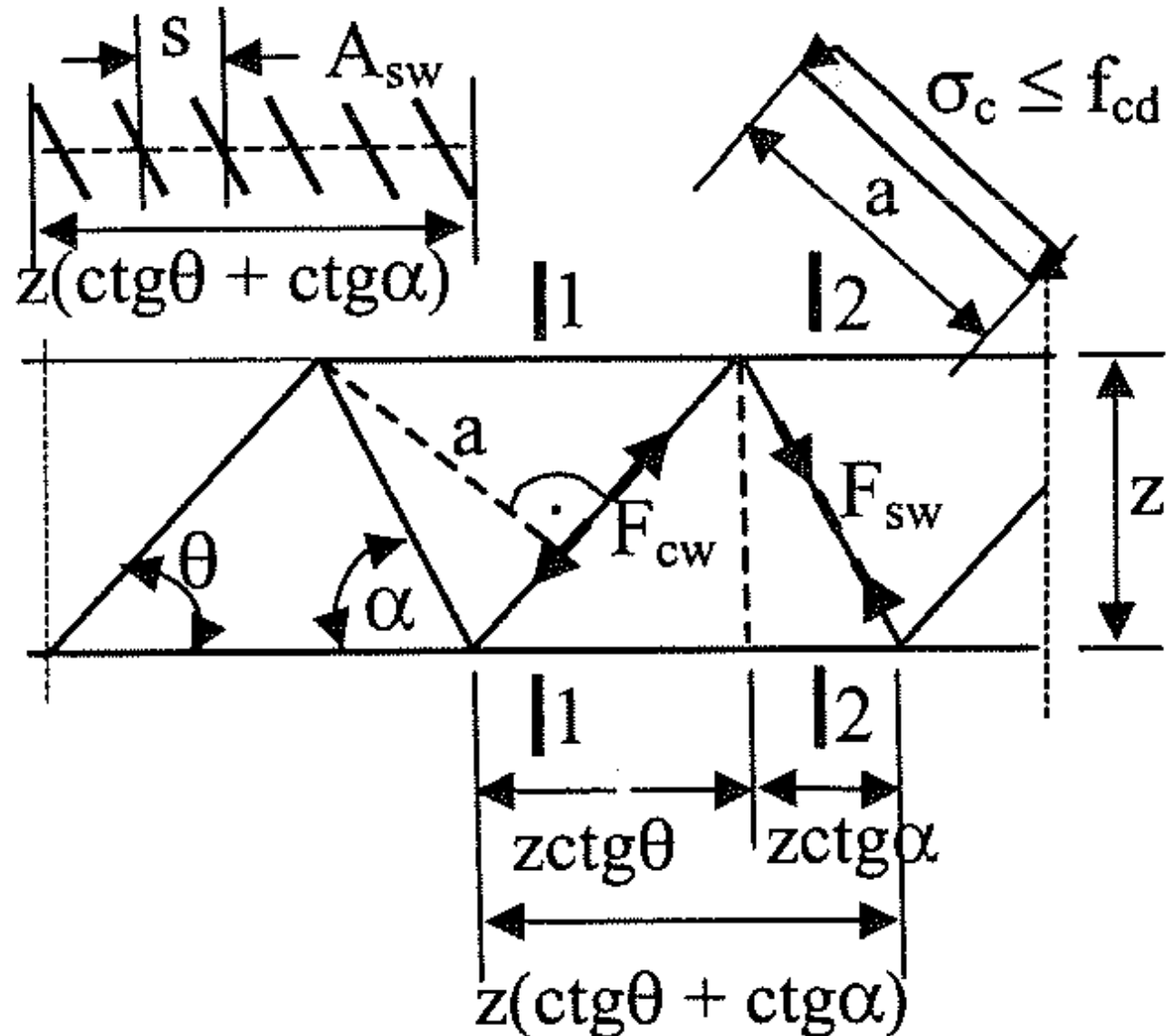


- Armarea minimă pentru forță tăietoare va fi prevăzută în grinzi în concordanță cu prevederile de alcătuire.

- Dacă  $V_{Ed} > V_{Rd,c} \Rightarrow$  calculul armăturii pentru forță tăietoare.
- În final  $V_{Ed} \leq V_{Rd} =$  forța tăietoare capabilă, valoare de calcul, a elementului cu armături specifice pentru tăiere.
- $V_{Rd} = \min$  ( $V_{Rd,s}$  – curgerea armăturilor;  
 $V_{Rd,max}$  – zdrobirea diagonalei din beton compr.).
- Pentru o cedare ductilă:  $V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}$ .
- Modelul de calcul al grinzii cu zăbrele:



- Modelul de calcul al grinzii cu zăbrele:



unde:

- $\alpha$  – unghiul dintre armătura de tăiere și axa armăturii longitudinale întinse (considerat pozitiv ca în figurile prezentate)
- $\theta$  – unghiul dintre diagonalele comprimate de beton și armătura longitudinală întinsă.  
Se recomandă:  $1 \leq \text{ctg } \theta \leq 2.5 \Rightarrow 21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  ;
- $a$  – distanța dintre diagonalele comprimate;
- $F_s$  – forța de întindere din armătura longitudinală;
- $F_{sw}$  – forța de întindere din diagonala reprezentată de armătura de tăiere  $A_{sw}$ , în care tensiunea  $\sigma_{sw}$  poate atinge limita de curgere  $f_{ywd}$ , valoare de calcul, a armăturii de tăiere;
- $F_{cw}$  – forța de compresiune din diagonala de beton, în care tensiunea  $\sigma_c$  poate atinge rezistența de calcul la compresiune  $f_{cd}$  ;
- $z$  – brațul de pârghie al eforturilor interioare la încovoiere.  
Pentru grinzi (fără forță axială):  $z \approx 0.9 \cdot d$  .

- Ecuații de echilibru:

- secțiunea 1-1:

Direcția verticală:  $V_{Ed} = F_{cw} \cdot \sin \theta$

$$F_{cw} = a \cdot b_w \cdot \sigma_c$$

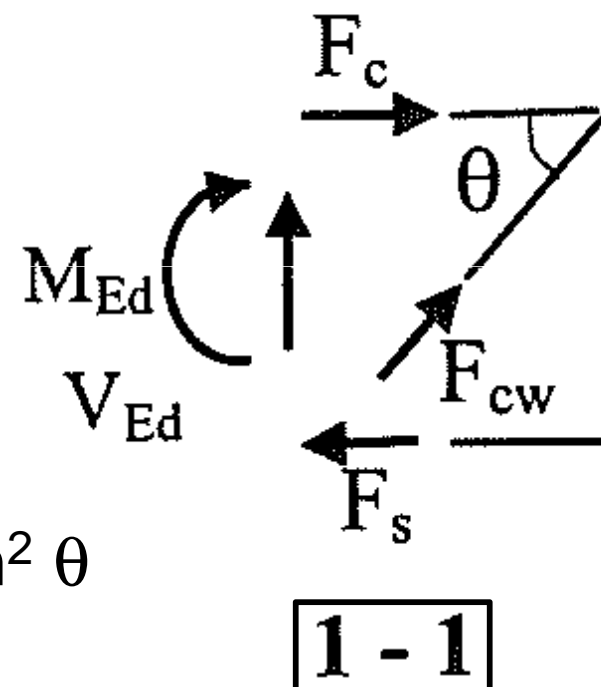
$$a = z \cdot (\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha) \cdot \sin \theta$$

$$V_{Ed} = a \cdot b_w \cdot \sigma_c \cdot \sin \theta$$

$$V_{Ed} = b_w \cdot z \cdot \sigma_c \cdot (\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha) \cdot \sin^2 \theta$$

$$V_{Ed} = b_w \cdot z \cdot \sigma_c \cdot \frac{\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta} \quad (2)$$

$$\text{cu } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta}}$$



- Ecuații de echilibru:

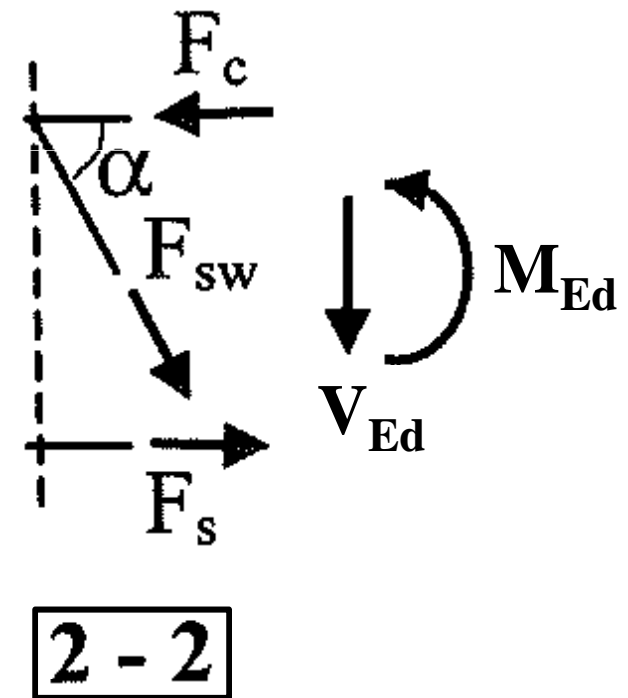
- secțiunea 2-2:

Direcția verticală:  $V_{Ed} = F_{sw} \cdot \sin \alpha$

$A_{sw} / s$  - aria de armătură pe  
unitatea de lung. [ $\text{mm}^2/\text{m}$ ]

$$F_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot \sigma_{sw} \cdot z \cdot (\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha)$$

$$V_{Ed} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot \sigma_{sw} \cdot (\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) \cdot \sin \alpha \quad (3)$$



## ELEMENTE CU ARMĂTURĂ VERTICALĂ PENTRU PRELUAREA FORȚEI TĂIETOARE (ETRIERI)

- Pentru barele verticale:  $\alpha = 90^\circ \Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = 0$  ;  $\sin \alpha = 1$
- Ec. (2) calculează forța tăietoare capabilă a elementului rezultată din zdrobirea betonului din diagonalele comprimate, pentru

$$\sigma_c = f_{cd} : \quad V_{Rd,max} = b_w \cdot z \cdot f_{cd} \cdot \operatorname{ctg} \theta \cdot \sin^2 \theta = b_w \cdot z \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \sin^2 \theta$$

$$V_{Rd,max} = b_w \cdot z \cdot f_{cd} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta$$

$$\text{cu } \sin 2\theta = 2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta, \quad \frac{2}{\sin 2\theta} = \operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta \quad \Rightarrow \quad \cos \theta \cdot \sin \theta = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta}$$

$$\Rightarrow \quad V_{Rd,max} = b_w \cdot z \cdot f_{cd} / (\operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta)$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} / (\operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta) - \text{EUROCODE 2}$$

cu:  $\alpha_{cw}$  – coeficient care ia în considerare starea de tensiuni din betonul comprimat; valoarea recomandată 1.0 ;

$v_1$  – factor de reducere a rezistenței pentru betonul fisurat la tăiere, valoare recomandată  $v = 0.6 \cdot (1 - f_{ck} / 250)$  .

## ELEMENTE CU ARMĂTURĂ VERTICALĂ PENTRU PRELUAREA FORȚEI TĂIETOARE (ETRIERI)

- Pentru barele verticale:  $\alpha = 90^\circ \Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = 0$  ;  $\sin \alpha = 1$
- Ec. (3) calculează forța tăietoare capabilă a armăturii transversale, pentru  $\sigma_s = f_{ywd}$  :
 
$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \operatorname{ctg} \theta$$
- Verificările la SLU:
 
$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$$
- Pentru o rupere ductilă  $V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max} \Rightarrow$  aria de armătură maximă:

$$\frac{A_{sw,max}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \operatorname{ctg} \theta \leq \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} / (\operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta)$$

$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{s \cdot b_w} \leq \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} / \operatorname{ctg} \theta (\operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta)$$

$$\text{pentru } \theta = 45^\circ, \alpha_{cw} = 1 \Rightarrow \frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{s \cdot b_w} \leq 0.5 \cdot v_1 \cdot f_{cd}$$



## ELEMENTE CU ARMĂTURĂ VERTICALĂ PENTRU PRELUAREA FORȚEI TĂIETOARE (ETRIERI)

- Pentru calculul direct al etrierilor  $V_{Ed} = V_{Rd,s}$  :

$$V_{Ed} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot z \cdot ctg\theta$$

$$\Rightarrow \left( \frac{A_{sw}}{s} \right)_{req} = \frac{V_{Ed}}{f_{ywd} \cdot z \cdot ctg\theta}$$

Pentru etrieri se va alege:

- diametrul  $\phi_w$  și nr. de brațe  $n_w \Rightarrow A_{sw}$
- distanța dintre etrieri  $s$

și se va verifica:

$$\left( \frac{A_{sw}}{s} \right)_{ef} \geq \left( \frac{A_{sw}}{s} \right)_{req}$$

## ELEMENTE CU ARMĂTURĂ ÎNCLINATĂ PENTRU PRELUAREA FORȚEI TĂIETOARE

- Ec. (2) calculează forța tăietoare capabilă a elementului rezultată din zdrobirea betonului din diagonalele comprimate, pentru  $\sigma_c = f_{cd}$ :

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha}{1 + \text{ctg}^2\theta} \quad \text{- EUROCODE 2}$$

- Ec. (3) calculează forța tăietoare capabilă a armăturii înclinate, pentru

$$\sigma_s = f_{ywd} : V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) \cdot \sin\alpha$$

- Verificările la SLU :  $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$  ;  $V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$  .

- Pentru o rupere ductilă  $V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max} \Rightarrow$  aria de armătură maximă:

$$\frac{A_{sw,max}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) \cdot \sin\alpha \leq \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha}{1 + \text{ctg}^2\theta}$$

$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{\alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{1 + \text{ctg}^2\theta}$$

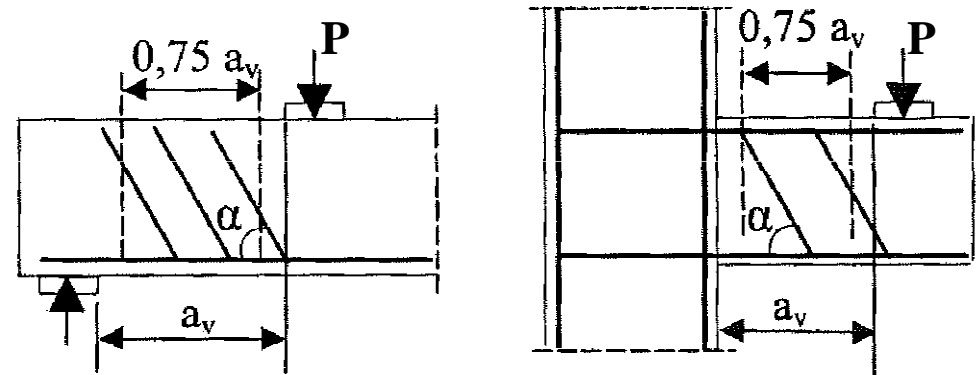
$$\text{pentru } \theta = 45^\circ, \alpha_{cw} = 1 \Rightarrow \frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{0.5 \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\sin\alpha}$$

- În cazul forțelor aplicate la partea superioară a elementului aproape de reazem  $\Rightarrow$  o parte a forței se transmite direct în reazem.

- În apropierea reazemului înseamnă:

$$0.5 \cdot d \leq a_v \leq 2 \cdot d$$

$$\text{dacă: } a_v < 0.5 \cdot d \Rightarrow a_v = 0.5 \cdot d$$



- Efectul favorabil al diagonalei comprimate din apropierea reazemului: acțiunea  $P$  se reduce prin multiplicare cu  $\beta = a_v / (2 \cdot d)$  și valoarea de calcul  $V_{Ed}$  trebuie să verifice:  $V_{ed} \leq A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha$  unde  $A_{sw}$  este armătura de tăiere care intersectează fisura înclinată din tăiere între zonele încărcate, dar numai pe distanța  $0.75 \cdot a_v$ .

- $V_{Ed}$  fără reducere trebuie să verifice:

$$V_{ed} \leq 0.5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd}$$

$$v = 0.6 \cdot (1 - f_{ck} / 250) - \text{factor de reducere a rezistenței pentru betonul fisurat la tăiere}$$

- Din calculul la  $M \Rightarrow$  dimensiunile secțiunii transversale de beton + armătura longitudinală.
- Calculul la  $V$ :
  - verificarea secțiunii transversale de beton;
  - calculul armăturii pentru tăiere, sau
  - verificarea armăturii pentru tăiere alese din condiții de alcătuire.
- Armătura de tăiere trebuie să fie etrierii, sau poate fi armătură înclinată caz în care etrierii trebuie să acopere cel puțin 50 % din  $V_{Ed}$ .
- Unghiul de dispunere al armăturilor pentru tăiere (etrieri sau bare înclinate) trebuie să respecte:  $\alpha \geq 45^\circ$ .

**ETAPE DE CALCUL:**

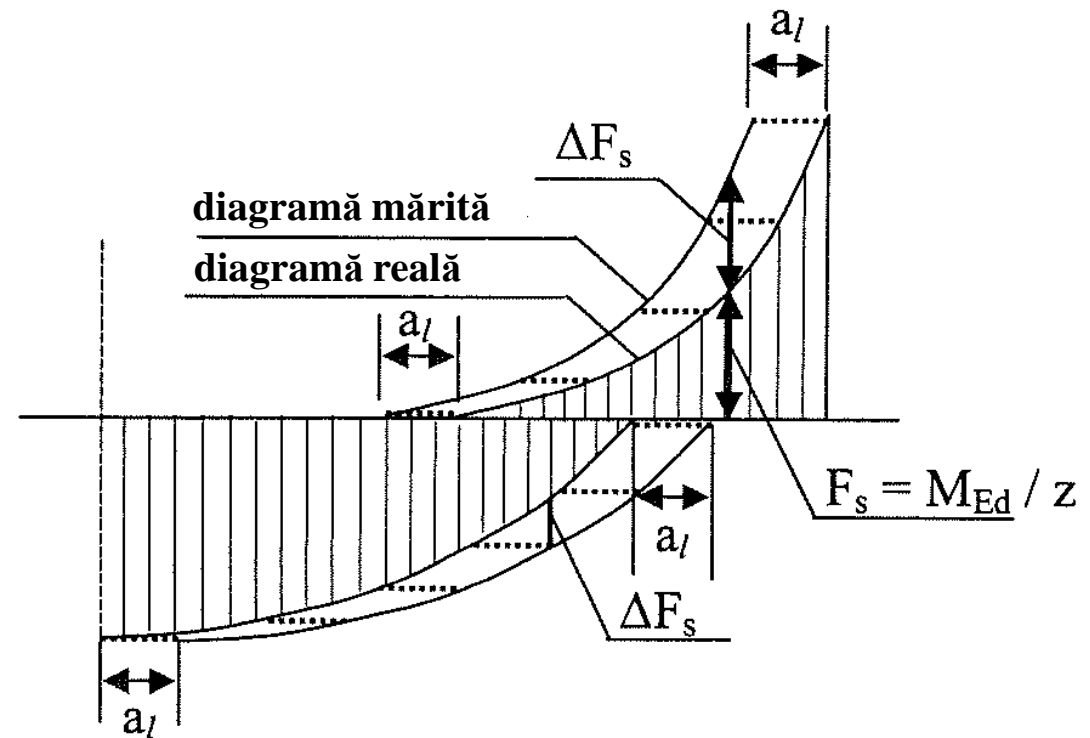
- Determinarea diagramei  $V_{ed}$  ;
- Calculul forței tăietoare capabile a elementului fără armătură  $V_{Rd,c}$  .  
Dacă  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \Rightarrow$  se alege armătură transversală conform condițiilor de alcătuire.
- Dacă  $V_{Ed} > V_{Rd,c} \Rightarrow$  calculul armăturii pentru tăiere.  
Calculul capacității portante a diagonalelor din beton comprimate  $V_{Rd,max}$  luând în considerare diferitele tipuri de armături de tăiere.  
Se verifică  $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$  . Dacă nu  $\Rightarrow$  dimensiunile secțiunii transversale din beton trebuie mărite.
- Calculul  $(A_{sw} / s)$  [mm<sup>2</sup>/m] pe baza condițiilor:  
 $V_{Rd,s} \geq V_{Ed}$  ;  
 $V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}$  (pentru rupere ductilă);  
Alegerea diametrului etrierilor  $\phi$  și a distanței dintre etrieri  $s$  luând în considerare condițiile de alcătuire.
- În lungul elementului  $(A_{sw} / s)$  poate fi diferit în concordanță cu variația efortului  $V_{ed}$  .

- Datorită utilizării MODELULUI GRINZII CU ZĂBRELE pentru calculul la tăiere  $\Rightarrow$  o forță de întindere  $F_s$  în armătura longitudinală mai mică decât cea reală.  $\Rightarrow$  Este necesară o corecție, prin mărirea efectului date de momentul încovoietor de calcul ( $M_{Ed} / z$ ) cu valoarea  $\Delta F_s$ .

- Forța de întindere adițională din armăturile longitudinale:  
 $\Delta F_s = 0.5 \cdot V_{ed} \cdot (\text{ctg } \theta - \text{ctg } \alpha)$   
 limitată la:

$$(M_{Ed} / z) + \Delta F_s \leq (M_{Ed,max} / z).$$

- Dacă se face mărirea diagramei de moment încovoietor cu  $a_l$  calculul anterior nu mai este necesar.



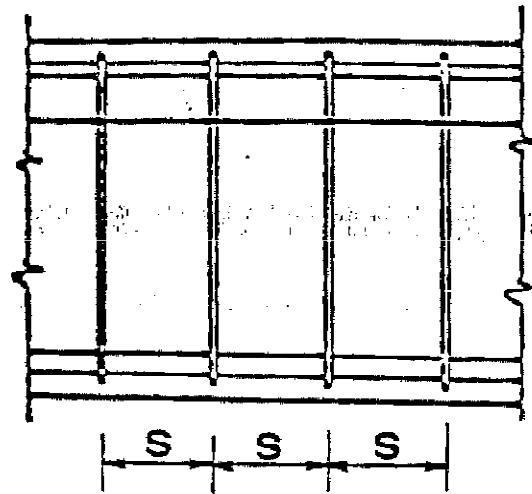
- Valoarea  $a_l$  va fi:

- pentru elemente cu armătură de tăiere:  $a_l = z \cdot (\text{ctg } \theta - \text{ctg } \alpha) / 2$  ;
- pentru elemente fără armătură de tăiere:  $a_l = d$  .

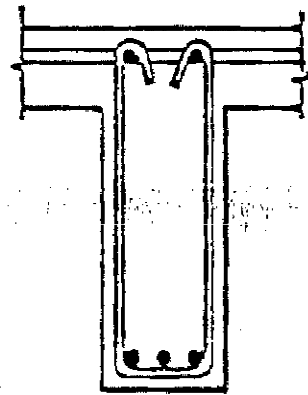
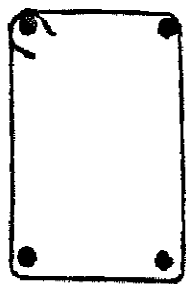
- Unghiul dintre armăturile de tăiere și axa longitudinală  $\alpha = 45^\circ \dots 90^\circ$ .
- Armături de tăiere:
  - etrieri (în jurul barelor de armătură longitudinale);
  - bare înclinate;
  - carcuse plane (nu în jurul barelor longitudinale).
- Ancorarea: prin ciocuri de capăt.
- Aria armăturii de tăiere  $A_{sw} = (\text{nr. de brațe al unui etrier}) \cdot A_{1\phi}$ .
- Coeficientul de armare al armăturii de tăiere:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha} \geq \rho_{w,\min} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

- $s$  – distanța dintre etrieri pe direcția longitudinală care trebuie să verifice:
  - $s \leq s_{l,\max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + \text{ctg } \alpha)$  – pentru etrieri;
  - $s \leq s_{b,\max} = 0.60 \cdot d \cdot (1 + \text{ctg } \alpha)$  – pentru bare înclinate.
- $s_t$  – distanța dintre brațele etrierilor pe direcția transversală care trebuie să verifice:
  - $s \leq s_{t,\max} = 0.75 \cdot d \leq 600 \text{ mm}$ .

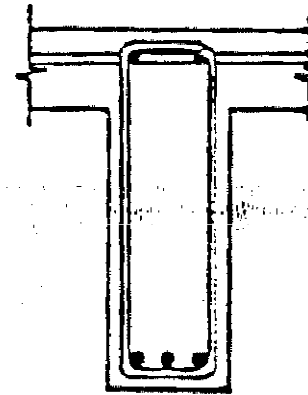
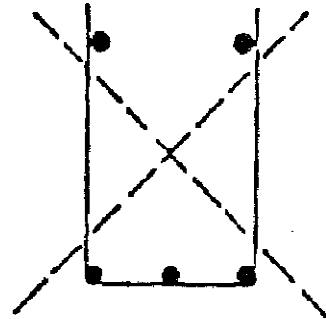


**ETRIER  
UZUAL**



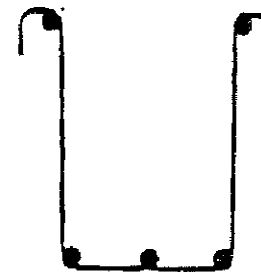
**etrier  
deschis**

**ETRIER  
NEACCEPTAT**

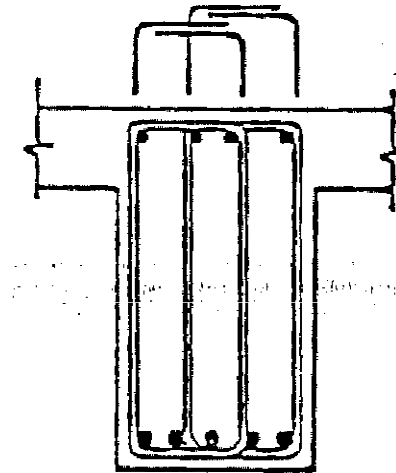


**etrier  
închis**

**ETRIER  
ACCEPTABIL**



- fără torsiune  
- fără cerințe de ductilitate



**etrieri  
dubli**

**POATE FI  
ACCEPTAT**

